Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS EBCR, veuillez visiter :
btsebcr.fr/annales-sujets-et-corriges

# Mathématiques - Groupement B des BTS

**Session 2022** • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux : 3**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

**1. Freinage d'un chariot de fête foraine** (12 questions) **Page 3**

**2. Probabilités et contrôle de conformité de produits industriels** (9 questions) **Page 7**

**3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

**Sujet officiel (PDF) :** https://btsebcr.fr/assets/annales/bts-ebcr/E2 - Mathématiques/2022/BTS EBCR - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

# 1. Freinage d’un chariot de fête foraine

Un chariot se déplace à 20 m·s⁻¹ sur un axe horizontal avant d’être ralenti par un système de freinage. Sa vitesse est modélisée par une fonction vérifiant une équation différentielle, puis étudiée pour déterminer son comportement, la distance parcourue et une approximation locale.

## Partie A - Résolution d’une équation différentielle

**Question 1. a. Résoudre l’équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0.**

La formule donnée pour une équation de la forme $y' + ay = 0$ donne $y(t) = Ce^{-at}$, où $C$ est une constante réelle. Ici, $a = 0,8$, donc on remplace directement le coefficient dans cette expression.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

---

**Question 1. b. On définit g sur [0 ; +∞[ par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l’équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.**

La fonction $g$ est constante, donc $g'(t) = 0$. En remplaçant $y$ par $g$ dans le membre de gauche, on obtient $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$. Cette valeur égale le membre de droite : $g$ vérifie bien l’équation $(E)$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = 5$ est une solution de $(E)$.

---

**Question 1. c. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.**

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant une solution particulière aux solutions de l’équation homogène associée. Ici, une solution particulière est $g(t) = 5$, et les solutions de l’équation homogène sont $Ce^{-0,8t}$. Leur somme donne toutes les solutions de $(E)$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t} + 5$, avec $C \in \mathbb{R}$.

---

**Question 2. Déterminer la solution f de l’équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.**

On utilise la forme générale trouvée à la question précédente : $f(t) = Ce^{-0,8t} + 5$. La condition initiale donne $f(0) = C + 5 = 20$, car $e^0 = 1$. Ainsi, $C = 20 - 5 = 15$, ce qui détermine l’unique solution vérifiant cette condition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

## Partie B - Étude de la fonction f

**Question 1. a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5, avec f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5.**

Lorsque $t$ tend vers $+\infty$, l'exposant $-0,8t$ tend vers $-\infty$, donc $e^{-0,8t}$ tend vers $0$. Dans l'expression $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel disparaît à la limite : il reste la constante $5$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

**Question 1. b. Déduire de cette limite que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.**

Une limite finie de $f(t)$ en $+\infty$ donne une asymptote horizontale à la courbe en ce sens. D'après la limite obtenue à la question précédente, la hauteur de cette asymptote est $5$. Son équation s'écrit donc avec la variable verticale $y$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 5$.

**Question 2. En admettant que f'(t) = −12e$^{-0,8t}$ sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.**

Pour tout $t \geq 0$, l'exponentielle est strictement positive, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction est strictement décroissante. Elle vaut $20$ en $0$, puis tend vers $5$ quand $t$ tend vers $+\infty$.

| $t$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(t)$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $20$ | $\searrow 5$ |

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f$ décroît de $20$ vers $5$ sur $[0, +\infty[$.

**Question 3.** **Le système de freinage permet-il au chariot de s'arrêter ?**

Pour s'arrêter, le chariot devrait atteindre une vitesse nulle. Or, pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$ et donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$. La vitesse diminue et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, sans atteindre zéro.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : le chariot ne s'arrête pas, sa vitesse tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

**Question 4. a.** **On définit F(t) = −18,75e^(−0,8t) + 5t sur [0 ; +∞[. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

On dérive les deux termes de $F$ : $\frac{d}{dt}(-18,75e^{-0,8t}) = 15e^{-0,8t}$ et $\frac{d}{dt}(5t) = 5$. Ainsi, $F'(t) = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. Par définition, $F$ est donc une primitive de $f$ sur l'intervalle considéré.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$ : $F$ est une primitive de $f$.

**Question 4. b.** **La distance parcourue entre les instants $t_0$ et $t_1$ est donnée par $d = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt$. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

Par le théorème fondamental de l'analyse, $d = F(1) - F(0)$. En remplaçant dans l'expression de $F$, on obtient $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ mètres. L'évaluation puis l'arrondi au centimètre donnent la distance demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \mathrm{m}$, soit $15,33\ \mathrm{m}$ au centimètre près.

## Partie C - Étude locale

**Question 1.** **Question à choix multiples : choisir l'unique expression correcte du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro, parmi les propositions. Recopier la réponse choisie sans justification. Une réponse fausse, multiple ou absente ne rapporte ni ne retire de point.**

À l'ordre 2, le reste doit être de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. La première proposition n'a pas ce facteur $t^2$ devant le reste. La troisième reprend le polynôme affiché et possède le reste requis.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 20 - 12t + \dfrac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim\limits_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

**Question 2. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente au point d'abscisse $0$ est $y = f(0) + f'(0)(t - 0)$. D'après l'énoncé, $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$. En substituant ces valeurs, on obtient l'équation de la tangente.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = -12t + 20$.

## 2. Probabilités et contrôle de conformité de produits industriels

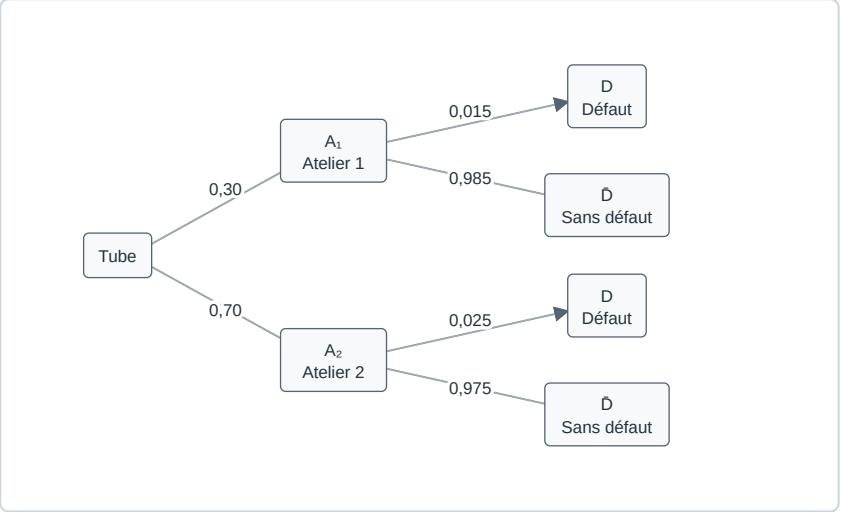
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers ; les données de production servent à étudier les défauts et la durée de bon fonctionnement des tubes. L'exercice se poursuit avec l'estimation de la proportion de rivets conformes dans la production à partir d'un échantillon.

### Partie A - Probabilités conditionnelles

**Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la production des tubes par les deux ateliers et les probabilités qu'un tube présente ou non un défaut.**

Depuis chaque atelier, les deux branches indiquent les probabilités conditionnelles de défaut et d'absence de défaut.

**Ateliers de production et conformité des tubes**




Probabilités des ateliers et probabilités conditionnelles de défaut.

**✓ RÉPONSE À RETENIR**

Arbre pondéré ci-contre.

**Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».**

Le chemin « atelier 1, puis défaut » a pour probabilité le produit des probabilités de ses deux branches : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

**✓ RÉPONSE À RETENIR**

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit $0,45\,\%$.

**Question 3.** **Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut vérifie P(D) = 0,0195.**

Par la formule des probabilités totales, $P(D) = P(A_1)P(D \mid A_1) + P(A_2)P(D \mid A_2)$. Les données donnent $0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,022$. Le résultat imprimé $0,0195$ est incohérent avec les données; la correction manuscrite sur la page indique bien $0,0220$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220$, soit $2,20\,\%$.

**Question 4.** **Sachant que le tube ne présente pas de défaut, déterminer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

La probabilité d'être issu de l'atelier 2 et sans défaut est $0,70 \times 0,975 = 0,6825$. La probabilité d'absence de défaut vaut $1 - 0,022 = 0,978$. Ainsi, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{0,6825}{0,978}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit $69,8\,\%$.

## Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

**Question 1.** **La durée de bon fonctionnement T, exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.**

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0001$, $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{0,0001} = 10\,000$ heures. C'est la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures.

**Question 2.** **Calculer, à $10^{-2}$ près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule donnée est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Donc $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,0001 \times 8\,000} = 1 - e^{-0,8} \approx 0,5507$, soit $0,55$ à $10^{-2}$ près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0,55$.

**Question 3.** **Calculer, à $10^{-2}$ près, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.**

La probabilité de dépasser $t$ est le complément de la probabilité de l'atteindre : $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Ainsi, $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0{,}3679$, soit $0{,}37$ à $10^{-2}$ près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$.

### Partie C - Intervalle de confiance

**Question 1.** **Un échantillon de 1 000 rivets comprend 975 rivets conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes dans la production.**

L'estimation ponctuelle est la fréquence observée parmi les rivets prélevés : $f = \dfrac{975}{1\,000} = 0{,}975$. La proportion estimée de rivets conformes est donc de 97,5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} = 0{,}975$, soit $97{,}5\,\%$.

**Question 2.** **À l'aide de la formule fournie pour un intervalle de confiance de niveau 95 %, déterminer un intervalle de confiance de p centré sur la fréquence observée f. Arrondir les bornes à $10^{-3}$ près.**

Avec $f = 0{,}975$ et $n = 1\,000$, la marge est $1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}975(1-0{,}975)}{1\,000}} \approx 0{,}009677$. L'intervalle centré sur $f$, arrondi au millième, est donc $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0{,}965\ ;\ 0{,}985]$.

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

**Bilan de l'épreuve :** Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, durée 2 heures, coefficient 2 sauf en Traitement des matériaux où il est de 3. Les deux exercices portent sur le freinage d'un chariot et le contrôle de produits industriels. Ils évaluent équations différentielles, fonctions, intégrales, probabilités, loi exponentielle et estimation par intervalle de confiance.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{-at}$ ; une solution particulière permet de former les solutions de l'équation avec second membre.
- Si $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, sa limite en $+\infty$ permet d'identifier l'asymptote horizontale de sa courbe.
- La distance parcourue entre $t_0$ et $t_1$ est l'intégrale de la vitesse : $d = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda$, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Après avoir déterminé la famille des solutions de l'équation différentielle, appliquer la condition initiale pour fixer la constante.
- Distinguer limite et sens de variation, puis interpréter la limite de la vitesse pour conclure sur l'arrêt du chariot.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant et utiliser sa probabilité au dénominateur.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée et l'effectif indiqué, puis respecter l'arrondi demandé.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment trouver la solution de l'équation différentielle du sujet ?**

Résolvez d'abord l'équation homogène associée, puis ajoutez une solution particulière de l'équation avec second membre. La condition $f(0) = 20$ détermine ensuite la constante de la solution.

**Q : Comment décider si le chariot finit par s'arrêter ?**

Étudiez la limite de sa vitesse lorsque le temps tend vers l'infini. Le modèle prévoit un arrêt seulement si la vitesse atteint zéro ; une limite strictement positive signifie qu'il ne prévoit pas d'arrêt complet.

**Q : Comment organiser le temps pendant cette épreuve de deux heures ?**

Les deux exercices valent chacun 10 points et les trois parties de chacun peuvent être traitées indépendamment. Répartissez le temps entre les exercices, commencez par les questions accessibles et gardez quelques minutes pour vérifier calculs et arrondis.

**Q : Quels arrondis faut-il respecter dans l'exercice 2 ?**

Suivez la précision de chaque consigne : arrondissez les probabilités de durée à $10^{-2}$ près et les bornes de l'intervalle de confiance à $10^{-3}$ près. L'estimation ponctuelle de la proportion est la fréquence des rivets conformes.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsebcr.fr/assets/annales/bts-ebcr/E2 - Mathématiques/2022/BTS EBCR - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
**Ressources BTS Enveloppe des Bâtiments : Conception et Réalisation :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.