Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS EBCR, veuillez visiter :
btsebcr.fr/annales-sujets-et-corriges

Mathématiques

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRD1** • Durée : **2 heures**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Évolution de la température de l'eau d'un spa (12 questions) **Page 3**

2. Contrôles qualité et commercialisation de farine dans une minoterie (12 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsebcr.fr/assets/annales/bts-ebcr/E2 - Mathématiques/2023/BTS EBCR - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf

1. Évolution de la température de l’eau d’un spa

Après la coupure du chauffage, la température de l’eau d’un spa, initialement à 38 °C, est modélisée par une fonction vérifiant une équation différentielle. L’exercice étudie cette fonction, son évolution et la durée avant le déclenchement d’une alarme à l’aide d’un calcul et d’un algorithme.

Partie A

Question 1. Déterminer les solutions de l’équation différentielle y' + 0,05y = 0 sur l’intervalle [0 ; +∞[.

On résout $y' = -0{,}05y$, équation différentielle homogène du premier ordre. Ses solutions sont les fonctions exponentielles de la forme $y(t) = Ce^{-0{,}05t}$, où C est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0{,}05t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer sur [0 ; +∞[une fonction constante solution particulière de l’équation différentielle y' + 0,05y = 1,25.

Pour une solution constante $y(t) = k$, on a $y'(t) = 0$. En remplaçant dans l’équation, $0{,}05k = 1{,}25$, donc $k = 25$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une solution particulière constante est $y(t) = 25$.

Question 3. Déduire les solutions de l’équation différentielle y' + 0,05y = 1,25.

1. Une solution de l’équation complète s’obtient en ajoutant une solution particulière aux solutions de l’équation homogène.
2. On obtient donc $y(t) = Ce^{-0{,}05t} + 25$, avec $C \in \mathbb{R}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0{,}05t} + 25$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 4. Montrer que, pour tout t de [0 ; +∞[, f(t) = 13e^(-0,05t) + 25.

D’après la question précédente, $f(t) = Ce^{-0{,}05t} + 25$. La condition initiale donne $f(0) = C + 25 = 38$, donc $C = 13$. Ainsi, pour tout $t \geq 0$, $f(t) = 13e^{-0{,}05t} + 25$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 13e^{-0{,}05t} + 25$.

Partie B

Question 1. Calculer f(24), arrondie au dixième, puis interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

On remplace t par 24 dans l'expression de f : $f(24) = 13e^{-0{,}05\times 24} + 25 \approx 28{,}9$. Il s'agit de la température de l'eau du spa, en degrés Celsius, 24 heures après la coupure du chauffage.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(24) \approx 28{,}9\,^{\circ}\mathrm{C}$.

Question 2.a. Déterminer une expression de f'(t) pour tout t de [0 ; +∞[.

En dérivant l'exponentielle composée, on multiplie par la dérivée de $-0{,}05t$, soit $-0{,}05$. Ainsi, $f'(t) = 13 \times (-0{,}05)e^{-0{,}05t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) = -0{,}65e^{-0{,}05t}$.

Question 2.b. Déduire le sens de variation de f sur [0 ; +∞[et préciser, en argumentant, si ce sens de variation est cohérent avec le contexte.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0{,}05t} > 0$, donc $f'(t) < 0$. La fonction f est strictement décroissante. C'est cohérent avec la situation : le chauffage est coupé, l'eau refroidit et se rapproche de la température extérieure constante de $25\,^{\circ}\mathrm{C}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est strictement décroissante, ce qui correspond au refroidissement de l'eau.

Question 3.a. Déterminer la limite de f en +∞.

Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0{,}05t} \to 0$. Par conséquent, dans $f(t) = 13e^{-0{,}05t} + 25$, le terme exponentiel tend vers zéro et la limite vaut 25.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 25$.

Question 3.b. **Interpréter la limite obtenue dans le contexte de l'exercice.**

La limite signifie que, selon le modèle, la température de l'eau se rapproche de $25\,°\mathrm{C}$ au fil du temps. Cette valeur est précisément la température ambiante extérieure au spa.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> À long terme, l'eau se rapproche de la température ambiante : $25\,°\mathrm{C}$.

Question 4.a. **L'alarme sonne lorsque la température devient strictement inférieure à la température programmée. Pour un réglage à 36 °C, déterminer par le calcul la durée exacte après la coupure avant que l'alarme sonne, puis donner cette durée arrondie à la minute.**

Le seuil de $36\,°\mathrm{C}$ est atteint en résolvant $13e^{-0{,}05t} + 25 = 36$. On obtient $e^{-0{,}05t} = 11/13$, donc $t = 20\ln(13/11)$ heures, soit environ 200,465 minutes. L'alarme sonne lorsque la température passe strictement sous le seuil, donc juste après cet instant.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Durée exacte : $20\ln(13/11)$ h. À la minute près : 3 h 20 min.

Question 4.b. **Déterminer la valeur numérique affichée par l'algorithme qui initialise H à 0 et T à 38, puis augmente H d'une heure et calcule T = 13e^(-0,05H) + 25 tant que T ≥ 34.**

À $H = 7$, l'algorithme calcule $T \approx 34{,}161$, donc la condition $T \geq 34$ reste vraie. À $H = 8$, il obtient $T \approx 33{,}714 < 34$: la boucle s'arrête et affiche la valeur de H.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'algorithme affiche 8.

Question 4.c. **Expliquer ce que l'algorithme permet de déterminer dans le contexte de l'exercice.**

L'algorithme augmente le temps d'une heure à chaque étape et s'arrête à la première valeur entière de H pour laquelle la température calculée est strictement inférieure à $34\,°\mathrm{C}$. Il repère donc le premier nombre entier d'heures après lequel le seuil est franchi.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La température passe sous $34\,°\mathrm{C}$ après 8 heures, selon l'algorithme.

2. Contrôles qualité et commercialisation de farine dans une minoterie

Une minoterie contrôle l'extensibilité de pâtes et l'humidité de livraisons de blé, puis conditionne sa farine en sacs dont la masse suit une loi normale. L'exercice porte également sur les probabilités d'acceptation d'une nouvelle farine par différents clients et sur le nombre de clients qui la testent.

Partie A

Question 1.a. À partir des cinq indices d'extensibilité mesurés, donner la moyenne de la série et son écart-type arrondi au centième.

La somme des cinq indices est $104 + 81 + 83 + 57 + 55 = 380$, donc leur moyenne vaut $380/5 = 76$ mm. L'écart-type de la série se calcule en prenant la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts à cette moyenne : $\sqrt{(28^2 + 5^2 + 7^2 + (-19)^2 + (-21)^2)/5} = \sqrt{332}$. L'écart-type est arrondi au centième.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Moyenne : 76 mm. Écart-type arrondi au centième : 18,22 mm.

Question 1.b. En considérant que l'écart-type de la série est σ = 18 mm, vérifier qu'aucune des cinq valeurs n'est en dehors de l'intervalle [x̄ - 2σ ; x̄ + 2σ], puis conclure si le technicien doit effectuer un test sur cinq nouveaux échantillons de pâte.

La moyenne calculée est 76 mm et l'écart-type imposé dans cette question est 18 mm. Les bornes de l'intervalle sont donc $76 - 2 \times 18 = 40$ mm et $76 + 2 \times 18 = 112$ mm. Les cinq indices mesurés, compris entre 55 mm et 104 mm, appartiennent tous à cet intervalle. Aucune mesure ne déclenche le contrôle supplémentaire prévu par le processus qualité.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Les cinq mesures sont dans $[40\,;\,112]$ mm : aucun nouveau test n'est nécessaire.

Question 2. À partir des masses et taux d'humidité des deux camions, montrer que le technicien peut autoriser leur déchargement dans un même silo, sachant que le taux d'humidité exigé doit être inférieur à 13 %.

Le taux d'humidité du mélange est la moyenne des taux pondérée par les masses de blé. On calcule donc $\dfrac{29\,540 \times 12,4 + 14\,540 \times 14,1}{29\,540 + 14\,540} \approx 12,961\ \%$. Ce résultat tient compte du fait que les deux camions n'ont pas la même masse. Le taux du mélange est inférieur au seuil strict de 13 % fixé par le cahier des charges.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le mélange présente un taux d'humidité d'environ 12,961 % : le déchargement dans le même silo est autorisé.

Partie B

Question 1. La masse X d'un sac suit une loi normale de moyenne 25,2 kg et d'écart-type 0,1 kg. Calculer, à 10^-3 près, la probabilité qu'un sac ait une masse inférieure à 25 kg.

La variable suit une loi normale de moyenne $25,2$ kg et d'écart-type $0,1$ kg. On standardise le seuil de 25 kg : $\dfrac{25-25,2}{0,1}=-2$. La probabilité cherchée est donc celle qu'une variable normale centrée réduite soit inférieure à -2, soit environ $0,0228$. On arrondit cette valeur au millième, comme demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'un sac pèse moins de 25 kg est d'environ $0,023$.

Question 2.a. Déterminer un réel h tel que P(25,2 - h ≤ X ≤ 25,2 + h) soit approximativement égale à 0,95, à 10^-2 près.

L'intervalle est centré sur la moyenne $25,2$ kg. Pour une loi normale, l'intervalle central contenant 95 % des valeurs s'étend à environ $1,96$ écarts-types de chaque côté de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,1 = 0,196$ kg. L'arrondi au centième donne la valeur demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une demi-largeur convenable est $h \approx 0,20$ kg.

Question 2.b. La représentation graphique d'une fonction de densité est fournie. Expliquer pourquoi elle ne peut pas représenter la fonction de densité de la variable aléatoire X.

La variable X a un écart-type de seulement $0,1$ kg. Environ 95 % des masses devraient donc se trouver entre $25,2-1,96\times 0,1$ et $25,2+1,96\times 0,1$, soit environ 25,00 à 25,40 kg. Or, sur le graphique, la courbe est très étalée autour de 25,2 kg et s'étend bien au-delà de cet intervalle. Sa dispersion est incompatible avec l'écart-type annoncé.

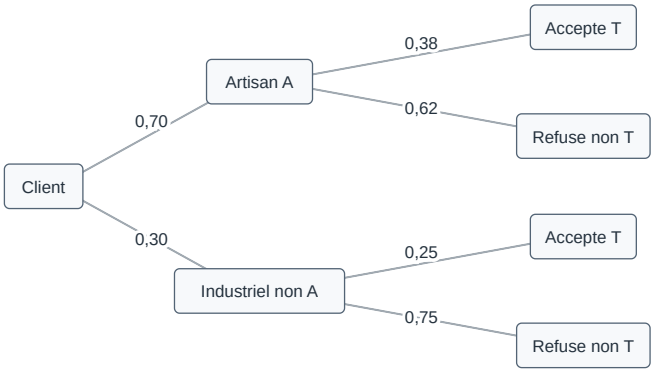
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La courbe représentée est beaucoup trop étalée pour un écart-type de 0,1 kg.

Partie C

Question 1. Représenter la situation concernant le type de client et son acceptation de tester la farine La Romaine par un arbre pondéré.

On sépare d'abord les clients artisans et les clients industriels. Les probabilités de ces branches sont respectivement $0,70$ et $1-0,70=0,30$. Depuis chaque type de client, on distingue l'acceptation du test et le refus. Les probabilités de refus sont les compléments des probabilités d'acceptation, afin que les branches issues de chaque nœud totalisent 1.

Arbre pondéré : type de client et acceptation du test



Probabilités conditionnelles et probabilités complémentaires.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré complété avec les probabilités des deux types de clients et leurs acceptations ou refus du test.

Question 2.a. Calculer la probabilité que le client soit un artisan boulanger et accepte de tester la farine La Romaine.

L'événement « artisan boulanger et accepte le test » correspond au chemin qui part de la branche artisan puis mène à la branche acceptation. La probabilité de ce chemin est le produit de la probabilité d'être artisan et de la probabilité conditionnelle d'accepter : $P(A\cap T)=P(A)\times P(T\mid A)=0,70\times 0,38$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité recherchée vaut $P(A\cap T)=0,266$.

Question 2.b. **Montrer que la probabilité qu'un client accepte de tester la farine La Romaine est égale à 0,341.**

Un client qui accepte le test est soit artisan, soit boulanger industriel. Ces deux événements sont incompatibles, donc leurs probabilités s'additionnent. Pour chaque type de client, on multiplie la probabilité du type par celle d'accepter le test sachant ce type : $P(T) = P(A)P(T \mid A) + P(\overline{A})P(T \mid \overline{A})$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'un client accepte le test est $0,70 \times 0,38 + 0,30 \times 0,25 = 0,341$.

Question 3. **Sachant qu'un client a testé la farine La Romaine, déterminer, à 10^-3 près, la probabilité que ce soit un artisan boulanger.**

On cherche la probabilité qu'un client soit artisan sachant qu'il a accepté le test. La probabilité conditionnelle se calcule en divisant la probabilité d'être artisan et d'accepter par la probabilité totale d'accepter : $P(A \mid T) = \dfrac{P(A \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0,266}{0,341}$. Le quotient est arrondi au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que ce client soit artisan boulanger est environ $0,780$.

Question 4.a. **Pour Y suivant la loi binomiale de paramètres n = 200 et p = 0,341, calculer à 10^-3 près la probabilité qu'au plus 60 clients choisis aient testé la farine La Romaine.**

La variable Y suit la loi binomiale $\mathcal{B}(200; 0,341)$. « Au plus 60 » signifie que le nombre de clients ayant testé la farine peut prendre toutes les valeurs entières de 0 à 60. On calcule donc $P(Y \leq 60) = \sum_{k=0}^{60} \binom{200}{k} (0,341)^k (0,659)^{200-k}$, puis on arrondit au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'au plus 60 clients aient testé la farine est $P(Y \leq 60) \approx 0,125$.

Question 4.b. **Calculer l'espérance de Y et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut np. Ici, $E(Y) = 200 \times 0,341 = 68,2$. L'espérance n'est pas nécessairement un nombre observé dans un échantillon particulier : elle indique qu'en moyenne, sur de nombreux échantillons de 200 clients, environ 68 clients auront testé la farine.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Sur 200 clients, le nombre moyen de testeurs est $E(Y) = 68,2$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2023, code 23MATGRD1, d'une durée de 2 heures ; aucun coefficient n'est indiqué sur les pages fournies. Les deux exercices étudient le refroidissement de l'eau d'un spa et les contrôles ainsi que la commercialisation de farine par une minoterie. Les compétences évaluées comprennent équations différentielles, statistiques, lois normale et binomiale, probabilités conditionnelles et interprétation de résultats.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, une solution constante particulière vérifie ay = b ; la solution générale s'obtient en ajoutant la solution de l'équation homogène.
- Pour f(t) = 13e^(-0,05t) + 25, la température tend vers 25 °C lorsque t tend vers +∞.
- Le taux d'humidité d'un mélange se calcule par moyenne pondérée des taux d'humidité selon les masses des livraisons.
- Pour Y suivant une loi binomiale B(n,p), l'espérance vaut E(Y) = np et représente le nombre moyen de succès sur n essais.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités et les arrondis demandés, notamment pour les durées, les masses et les probabilités.
- Pour le contrôle qualité, utiliser σ = 18 mm dans l'intervalle demandé et vérifier chacune des cinq valeurs.
- Dans l'arbre pondéré, distinguer les probabilités conditionnelles des probabilités d'intersection et additionner les chemins adaptés.
- Traduire « au plus 60 » par P(Y ≤ 60) et interpréter l'espérance comme un nombre moyen de clients.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle du modèle de température ?

Résoudre d'abord l'équation homogène y' + 0,05y = 0, puis chercher une solution constante de l'équation complète. Additionner ces solutions et utiliser la condition f(0) = 38 pour déterminer la constante.

Q : Comment calculer le taux d'humidité du mélange des deux camions ?

Multiplier la masse de chaque camion par son taux d'humidité, additionner les masses d'eau ainsi obtenues, puis diviser par la masse totale. Comparer le résultat à l'exigence stricte d'un taux inférieur à 13 %.

Q : Comment organiser le temps dans cette épreuve ?

Le sujet comporte deux exercices de 10 points chacun et dure 2 heures. Répartir le temps entre les exercices, traiter les questions accessibles et garder une marge pour vérifier calculs, arrondis, unités et interprétations.

Q : Qu'attend le jury dans les réponses de probabilité ?

Il faut identifier la loi ou les événements concernés, écrire le calcul approprié et respecter l'arrondi demandé. Lorsqu'une justification ou une interprétation est demandée, une valeur numérique seule ne suffit pas.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsebcr.fr/assets/annales/bts-ebcr/E2 - Mathématiques/2023/BTS EBCR - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Enveloppe des Bâtiments : Conception et Réalisation : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.